УДК 551.468

DOI: 10.30758/0555-2648-2018-64-2-208-221

# О НЕКОТОРЫХ ИНЖЕНЕРНЫХ ОЦЕНКАХ ПАРАМЕТРОВ НЕФТЯНОГО РАЗЛИВА В МОРЕ

С.Н. ЗАЦЕПА<sup>1\*</sup>, А.А. ИВЧЕНКО<sup>1</sup>, В.В. СОЛБАКОВ<sup>2</sup>, В.В. СТАНОВОЙ<sup>3</sup>

<sup>1</sup>—Государственный океанографический институт имени Н.Н. Зубова, Москва, Россия

<sup>2</sup> — ФИЦ «Информатика и управление» РАН, Москва, Россия

<sup>3</sup> — ГНЦ РФ Арктический и антарктический научно-исследовательский институт, Санкт-Петербург, Россия

\*zatsepa@gmail.com

## SOME ENGINEERING ESTIMATIONS OF OIL SPILL PARAMETERS IN THE MARINE ENVIRONMENT

S.N. ZATSEPA<sup>1\*</sup>, A.A. IVCHENKO<sup>1</sup>, V.V. SOLBAKOV<sup>2</sup>, V.V. STANOVOY<sup>3</sup>

<sup>1</sup>—Zubov State Oceanographic Institute, Moscow, Russia

<sup>2</sup>—FIC «Information and Management» RAS, Moscow, Russia

<sup>3</sup> — State Scientific Center of the Russian Federation Arctic and Antarctic Research Institute, St. Petersburg, Russia

\*zatsepa@gmail.com

Received November, 13, 2017

Accepted April, 20, 2018

Keywords: mathematical modelling, oil spills, slick parameters.

## Summary

Estimation of the oil spill size at continuous spills on the moving sea surface or on the drifting ice field is the actual practical problem. Engineering estimation means the reduction of the hydrodynamic equations system to the balance of only two main forces that cause movement and resistance of the oil flow. From the simplified problem statement some practical relations were obtained for estimating the size of spill, including continuous oil spill with surface water currents presence, for spill onto porous snow-ice cover and onto the drifting ice cover. The obtained estimations can be used in more complicated models of oil spill transformation in the marine environment, primarily in the Arctic zone, and give basis for development of adequate responses on oil spills. The comparison of the obtained estimates with the self-similar solutions of the corresponding equations of motion of the spreading substance shows a satisfactory fit.

Поступила 13 ноября 2017 г.

Принята к печати 20 апреля 2018 г.

Ключевые слова: математическое моделирование, параметры пятна, разливы нефти.

**Citation**: Zatsepa S.N., Ivchenko A.A., Solbakov V.V., Stanovoy V.V. Some engineering estimations of oil spill parameters in the marine environment. *Problemy Arktiki i Antarktiki*. Arctic and Antarctic Research. 2018, 64 (2): 208–221. [In Russian]. doi: 10.30758/0555-2648-2018-64-2-208-221.

При решении многих практических задач часто бывает необходимо быстро оценить размеры нефтяного пятна, т.е. получить инженерную оценку. Инженерная оценка размеров нефтяного пятна получается при рассмотрении упрощенной постановки задачи, сведенной к балансу основных действующих сил. Из упрощенной постановки задачи в настоящей статье были получены практические соотношения для оценивания размеров разлива при продолжительном сбросе нефти на движущуюся морскую поверхность и на дрейфующий ледяной покров с учетом фильтрации в пористую среду. Полученные оценки могут быть использованы в более сложных моделях трансформации нефтяного разлива в морской среде, в первую очередь в Арктической зоне, и дают основания для разработки адекватных мер реагирования на разливы. Сравнение полученных оценок параметров разлива с автомодельными и численными решениями задач показало удовлетворительное соответствие.

### введение

Широко распространенным подходом при оценках размеров нефтяного пятна на поверхности моря является упрощение математической постановки задачи о растекании, когда предполагается баланс силы сопротивления движению нефти и преобладающей из вызывающих движение сил [1–3]. В ряде работ [4, 5] отмечается, что выделение из всех факторов, отвечающих за растекание, «двух основных» является грубым приближением. Однако соотношения Фэя для оценки размеров области нефтяного загрязнения, предложенные около полувека назад, оказались одним из наиболее простых способов расчета параметров разлива нефти и по этой причине востребованы в практических задачах.

Гравитационно-вязкий режим течения для растекания нефтяного пятна по спокойной поверхности воды, по Фэю, складывается из баланса сил гравитации и вязкого трения на границе нефть-вода. Принимая во внимание, что нефть растекается по верхнему турбулизированному слою океана, а размеры нефтяного слика часто составляют сотни и тысячи метров, модель трения на границе раздела нефть-вода в виде стационарного пограничного слоя с логарифмическим профилем разности скоростей представляется более реалистичной. В работе [6] обращено внимание на то, что при растекании в естественных условиях и значительных размерах разливов силу трения нефти о воду можно представить как пропорциональную разности локальных скоростей нефти и воды, в отличие от ставших классическими работ [1, 3], где трение между нефтью и водой принималось на основе теории ламинарного пограничного слоя.

Так или иначе, выбор модели трения при растекании нефти по поверхности моря остается вопросом, не имеющим на сегодняшний день строгого решения. Заметим, что аналитические решения могут быть найдены далеко не для всех практически важных сценариев сброса нефти. С другой стороны, даже успешные попытки нахождения аналитических решений для одномерных или осесимметричных вариантов растекания сопряжены с целым рядом предположений, например, о модели трения на границе раздела нефть-вода или об относительной важности тех или иных факторов, влияющих на течение нефти. В итоге ценность аналитических решений применительно к реальным разливам нефти в море может быть поставлена под сомнение.

В статье рассмотрены несколько практически важных случаев распространения нефти по поверхности моря, для которых к настоящему времени нет готовых математических решений. Предлагаемый подход к оцениванию параметров нефтяного разлива применен к задаче о растекании нефти или нефтепродуктов по пористой поверхности льда или снега. Получены некоторые полезные функциональные зависимости на основании оценивания основных действующих сил через размерные параметры задачи и геометрические характеристики разлива. Изложенный ниже подход авторы предлагают использовать в качестве предварительных оценок геометрических размеров области нефтяного загрязнения. На первом этапе, для простоты анализа рассматриваемых задач, было сделано предположение, что изменением массы растекающейся субстанции за счет испарения и изменением физических параметров растекающейся субстанции, таких как плотность и вязкость, можно пренебречь. Таким образом, можно считать, что оценки, полученные ниже, относятся к так называемым консервативным оценкам, т.е. полученным с запасом, или максимальным.

Адекватное планирование первоочередных мер защиты морской среды и побережий, в особенности в Арктической зоне, невозможно без анализа вероятных сценариев распространения нефтяных разливов. Оценка возможных масштабов разливов в различных гидрометеорологических ситуациях, включая попадание нефти на движущийся или неподвижный ледяной покров, представляет существенную часть при анализе риска распространения разливов.

## РАСТЕКАНИЕ НА ПОСТОЯННОМ ТЕЧЕНИИ С ПОСТОЯННОЙ ИНТЕНСИВНОСТЬЮ

Распространение нефти, попавшей на поверхность моря, определяется процессами переноса поверхностными течениями и растеканием за счет сил плавучести. Течение также является причиной формирования вытянутой протяженной формы пятна поверхностного загрязнения. Можно предположить, что в основной части области загрязнения, исключая «голову» и «хвост» протяженного разлива, показанных серым цветом на рис. 1, растекание будет проходить лишь в направлении, перпендикулярном переносу нефти течением.



Рис. 1. Схематизация разлива нефти на течении

Fig. 1. Scheme of the oil spill with surface water current

Пусть нефть или нефтепродукт поступает с постоянной интенсивностью Q на поверхность воды, движущейся относительно неподвижного источника сброса нефти со скоростью  $U_{cur}$ . Выберем систему координат таким образом, чтобы источник находился в начале координат, ось 0x направлена вдоль скорости поверхностного течения, а ось 0y в перпендикулярном направлении, x, y — декартовы координаты.

Пусть объем нефти  $V_1$  за время  $t_1$  выливается на поверхность моря в количестве  $Qt_1$ . При этом в направлении основного течения такой элементарный объем нефти будет иметь размер (ширина полосы)  $L_1 = U_{cur}t_1$ . Если предположить, что трение на границе нефть-вода при растекании по поверхности моря пропорционально

локальной разнице скоростей в степени *p*, то уравнения движения растекающейся по поверхности воды нефти запишутся в виде:

– баланс силы плавучести и силы трения в направлении 0У

$$\rho_{oil}g'H\frac{\partial H}{\partial y} = -\beta u^p \quad , \tag{1.1a}$$

- баланс массы нефти в каждом элементе выделенной полосы

$$\frac{\partial H}{\partial t} + div(Hu) = 0, \qquad (1.16)$$

- интегральный баланс нефти в полосе

$$L_{1}\int_{0}^{Y}H(x, y, t)dy = \frac{1}{2}V_{1}, \qquad (1.1e)$$

где  $g' = g(\rho_w - \rho_{oil})/\rho_{oil}$  — редуцированное ускорение силы тяжести,  $\rho_{oil}$  и  $\rho_w$  — плотность нефти и воды соответственно, H — толщина нефти в полосе,  $\beta$  — эмпирический коэффициент, при p = 1, согласно [6] численно равный  $3 \cdot 10^{-3}$  [кг/м<sup>2</sup>/с], u — скорость растекания в направлении 0y.

Учитывая, что объем нефти в полосе  $V_1 \approx 2L_1 HY$ , то для левой части соотношения (1.1a) применима оценка

$$\rho_{oil}g'H\frac{\partial H}{\partial y} \approx \rho_{oil}g'\frac{\left(V_{1}\right)^{2}}{4Y^{3}\left(L_{1}\right)^{2}},$$
(1.2)

где *Y* — характерный масштаб (размер) разлива в направлении, перпендикулярном течению.

Если нефтяной разлив переносится течением со скоростью  $U_{cur}$  и увеличивается в поперечном течению направлении за счет растекания, тогда оценка напряжения трения на границе нефть—вода будет определяться только разностью *у*-компонент скорости движения нефти и воды

$$\beta u^{p} \approx \beta \left( Y/t \right)^{p} . \tag{1.3}$$

Объединяя (1.2), (1.3) и учитывая оценку  $t = X/U_{cur}$ , получим

$$Y^{p+3} = \rho_{oil} g' Q^2 / (\beta U^2) t^p = \underbrace{\frac{1}{4} \rho_{oil} g' Q^2 / (\beta U^{2+p})}_{k} X^p = k X^p, \qquad (1.4)$$

где X — расстояние, на которое разлив распространится благодаря переносу под действием постоянного течения со скоростью  $U_{cur}$ . В (1.4) мы объединили в группу произведение размерных параметров задачи и обозначили его как k. Из (1.4) следует

$$Y(t) = k^{\frac{1}{p+3}} X^{\frac{p}{p+3}} = \underbrace{(\frac{1}{4})^{\frac{1}{p+3}}}_{\delta_0} \Big[ \rho_{oil} g' Q^2 / (\beta U^2) \Big]^{\frac{1}{p+3}} t^{\frac{p}{p+3}}.$$
 (1.5)

Таким образом, рост размеров пятна в направлении, перпендикулярном скорости основного течения, будет изменяться по степенному закону, а площадь пятна A(t) определится как

$$A(t) \approx 2\int_{0}^{X} Y(x) dx = 2\frac{2p+3}{p+3} \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{p+3}} \left[\rho_{oil} g' Q^{2} / (\beta)\right]^{\frac{1}{p+3}} U^{\frac{p+1}{p+3}} t^{\frac{2p+3}{p+3}}.$$
 (1.6)

Приближенное равенство при оценке площади разлива связано с возможной недооценкой площади за счет растекания, происходящего в «голове» и «хвосте» разлива в направлении основного течения.

Таким образом, при «линейном» трении нефти о воду, при p = 1, зависимость площади разлива от времени и скорости течения выразится как

$$A(t) \propto \begin{cases} U^{1/2} t^{5/4} & \text{при } p = 1; \\ U^{3/5} t^{7/5} & \text{при } p = 2. \end{cases}$$
(1.7)

При линейной зависимости трения от разности скоростей нефть—вода рост площади пятна A(t) определится зависимостью  $A \sim t^{5/4}$ , а при квадратичной зависимости чуть быстрее, по закону  $A \sim t^{7/5}$ , что объяснимо, так как при малых разностях скоростей нефть—вода в случае квадратичного трения растекание будет проходить быстрее.

Отметим, что согласно приведенным выше формулам отношение площадей пятна при разных скоростях течения приближенно равно корню из отношения скоростей течения.

Сравним полученную оценку с автомодельным решением для системы уравнений (1.1a) - (1.1s). Если автомодельное решение существует, то форма растекающегося пятна будет сохраняться и можно записать закон сохранения объема (массы) нефти в полосе шириной  $L_1$  в направлении, перпендикулярном направлению основного потока, как

$$V_1 = 2s \cdot H(x, 0, t)Y(x, t)L_1, \qquad (1.8)$$

где H(x,0,t) — толщина нефти на оси разлива (ось ориентирована по направлению течения), Y(x,t) — расстояние (полуширина) от оси разлива до внешнего края пятна в направлении, перпендикулярном к оси, *s* — коэффициент формы, который будет определен ниже. Автомодельная форма пятна может сохраняться, когда скорость растекания в направлении, перпендикулярном скорости течения  $U_{cur}$ , изменяется как

$$u(x, y, t) = \frac{y}{Y(x, t)} \dot{Y}(x, t), \qquad (1.9)$$

где точкой над У обозначена производная по времени.

Если профиль толщины пятна будет соответствовать распределению

$$H(x, y, t) = H_0(x, 0, t) \sqrt{1 - \left(\frac{y}{Y(x, t)}\right)^{p+1}},$$
(1.10)

тогда соотношение между объемом нефти в полосе, толщиной пятна на оси разлива и полушириной пятна выразится соотношением:

$$V_{1} = 2L_{1}H_{0}(x,0,t)\int_{0}^{Y(t)} \left(1 - \left(\frac{y}{Y(x,t)}\right)^{p+1}\right)^{\frac{1}{2}} dy =$$
  
=  $2L_{1}H_{0}(x,0,t)Y(x,t)\underbrace{\frac{1}{p+1}B\left(\frac{1}{p+1},\frac{3}{2}\right)}_{x},$  (1.11)

где *В* — бета-функция от соответствующих аргументов, через *s* обозначен коэффициент формы в разливе, для которого из (1.11) есть численная оценка:

$$s = \begin{cases} 0,79; \ p = 1, \\ 0,82; \ p = 3/2, \\ 0,84; \ p = 2. \end{cases}$$
(1.12)

Подставляя (1.9) и (1.10) в (1.1а), получим

$$\frac{\rho_{oil}g'}{2\beta}H_0^2 \frac{1}{(p+1)Y(x,t)} = \dot{Y}(x,t).$$
(1.13)

Выразив *H*(0,*t*) из (1.11) и

$$\frac{\rho_{oil}g'}{2\beta} \left[ \frac{1}{s} \frac{V_1}{4Y(x,t)L_1} \right]^2 \frac{1}{(p+1)Y(x,t)} = \dot{Y}(x,t),$$
(1.14)

в итоге получим нелинейное дифференциальное уравнение относительно У

$$Y^{3}\dot{Y}^{p} = \frac{1}{\underbrace{4s^{2}}_{a}} \frac{1}{(p+1)} \frac{\rho_{oil}g'}{2\beta L_{1}^{2}} V_{1}^{2}.$$
 (1.15)

Обозначим не зависящий от времени коэффициент в правой части как  $\alpha$  и будем искать решение (1.15) в виде

$$Y(t) = k_1 t^{\gamma_1} \,. \tag{1.16}$$

Подстановкой (1.16) в (1.15) определим коэффициент а

$$a = k_1^3 t^{3\gamma_1} k_1^p \gamma_1^p t^{p(\gamma_1 - 1)}.$$
(1.17)

Поскольку левая часть (1.17) не зависит от t,

$$\gamma_1 = \frac{p}{3+p} \,. \tag{1.18}$$

Коэффициент k<sub>1</sub> в (1.16) определится из (1.17) как

$$k_{1} = \underbrace{\left[\frac{p+3}{p}\right]^{\frac{p}{3+p}}}_{\delta} \left[\frac{1}{8s^{2}(p+1)}\right]^{\frac{1}{p+3}}_{\frac{p}{\delta}} \left[\frac{\rho_{oil}g'}{\beta}\frac{V_{1}^{2}}{L_{1}^{2}}\right]^{\frac{1}{p+3}} = \delta \left[\frac{\rho_{oil}g'}{\beta}\frac{Q^{2}}{U^{2}}\right]^{\frac{1}{p+3}}, (1.19)$$

зависимость поперечного размера пятна Y(t) от времени выразится как

$$Y(t) = \left[\frac{p+3}{p}\right]^{\frac{p}{3+p}} \left[\frac{1}{8s^{2}(p+1)}\right]^{\frac{1}{p+3}} \left[\frac{\rho_{oil}g'}{\beta}\frac{Q_{1}^{2}}{U^{2}}\right]^{\frac{1}{p+3}}t^{\frac{p}{p+3}},$$
 (1.20)

а соответствующее выражение для площади пятна

$$A(t) \approx 2 \frac{2p+3}{p+3} \left[ \frac{p+3}{p} \right]^{\frac{p}{3+p}} \left[ \frac{1}{8s^2(p+1)} \right]^{\frac{1}{p+3}} \left[ \rho_{oil} g' Q^2 /\beta \right]^{\frac{1}{p+3}} U^{\frac{p+1}{p+3}} t^{\frac{2p+3}{p+3}}.$$
(1.21)

Таким образом, автомодельное решение (1.20) системы уравнений (1.1a — 1.1s) отличается от оценки (1.4) значениями коэффициентов б и  $\delta_0$ .



Рис. 2. Сравнение численного расчета площади пятна и аналитического решения по (1.21) при разных скоростях течения. Штриховыми линиями (*a*) показаны расчеты по формуле (1.21)

Fig. 2. Comparison of numerical calculation of the slick area and analytic solutions with (1.21) at the different current velocities. Stroked lines (*a*) are results with (1.21)

$$\delta = \begin{cases} 0,80; \ p = 1, \\ 0,81; \ p = 3/2, \\ 0,82; \ p = 2. \end{cases} \quad \delta_0 = \begin{cases} 0,71; \ p = 1, \\ 0,73; \ p = 3/2, \\ 0,76; \ \cdots p = 2. \end{cases}$$

Сравним полученное выше автомодельное решение с численным расчетом задачи о растекании в двумерной постановке в диапазоне скоростей течения 0,1–1 м/с (рис. 2). Мощность источника 74 т/ч, плотность нефти 850 кг/м<sup>3</sup>. Для расчета была использована модель SPILLMOD [8].

На больших временах численное решение задачи несколько меньше аналитического, что объясняется погрешностью расчета градиентов толщины в пятне при существенном изменении геометрии разлива. Так, за сутки при скорости течения 1 м/с пятно вытягивается на 86,4 км, при том, что поперечный размер остается в пределах сотен метров. Полученный результат свидетельствует, что сделанные предположения о возможности использования одномерного приближения для оценки параметров пятна допустимы.

## РАСТЕКАНИЕ С ПОСТОЯННОЙ ИНТЕНСИВНОСТЬЮ В ОТСУТСТВИЕ ТЕЧЕНИЙ

Рассмотрим важный случай растекания на поверхности воды, когда источник сброса обеспечивает поступление нефти на поверхность с постоянной интенсивностью  $Q_0$ . При отсутствии течений можно полагать, что растекание будут осесимметричным.

Баланс сил гравитации и трения запишется как

$$\rho_{oil}g'H\frac{\partial H}{\partial r} = -\beta u^{p}.$$
(2.1)

Принимая во внимание соотношение между объемом нефти на поверхности  $V_{i}$ , и его средней толщиной H и радиусом R, получим

$$\rho_{oil}g'H\frac{\partial H}{\partial r}\approx\rho_{oil}g'\frac{V_{is}^2}{2R^5},\qquad(2.2)$$

где учтено  $V_{i} \sim R^2 H$ . Поскольку в рассматриваемом случае  $V_{i} = Q_o t$ , получаем

$$\rho_{oil}g'\left(Q_0^2 t_{is}^2\right) / \left(2R^5\right) \approx \beta R^p / t^p , \qquad (2.3)$$

и в итоге радиус R(t) и площадь A(t) осесимметричного пятна нефти при постоянно действующем источнике определяется как

$$R^{5+p} \approx \rho_{oil} g' Q^2 / (2\beta) \cdot t^{2+p}, \qquad (2.4)$$

$$A(t) = \pi R^{2} \approx \pi \left[ \rho_{oil} g' Q^{2} / (2\beta) \right]^{\frac{2}{5+p}} t^{2\left(\frac{2+p}{5+p}\right)}.$$
 (2.5)

Таким образом, при отсутствии течений и линейном трении между нефтью и водой рост площади нефтяного пятна будет проходить линейно со временем, а при квадратичном трении площадь пятна A(t) будет пропорциональна  $t^{8/7}$ .

Сравним (2.4) с автомодельным решением, аналогично тому, как это было сделано в предыдущем разделе. Пусть распределение толщины линзы H(r,t) изменяется по степенному закону

$$h(r,t) = H_0(0,t) \sqrt{1 - \left(\frac{r}{R(t)}\right)^{p+1}},$$
(2.6)

где H(0,t) — толщина линзы в центре, r — изменяется от 0 до R(t).

Чтобы линза сохраняла форму при растекании, необходимо, чтобы радиальная скорость удовлетворяла условию

$$V(r,t) = \frac{r}{R(t)}\dot{R}(t) .$$
(2.7)

В этом случае соотношение (2.1) преобразуется к виду

$$\frac{\rho_{oil}g'}{\beta}H_0(t)^2(p+1) = R\dot{R}^p.$$
(2.8)

Из постоянства формы линзы следует соотношение между толщиной в центре пятна и меняющимся объемом

$$H_{0} = \frac{V(t)}{\pi H_{0} R(t)^{2} (1 - \frac{1}{(p+2)})} = \frac{p+2}{p+1} \frac{Qt}{\pi R(t)^{2}}.$$
 (2.9)

Из (2.8) и (2.9) следует

$$\frac{\rho_{oil}g'}{\beta}Q^2 \left[\frac{1}{\pi^2} \frac{(p+2)^2}{p+1}\right] t^2 = R^5 \dot{R}^p .$$
(2.10)

Или, обозначив не зависящий от *t* коэффициент в квадратных скобках в левой части через *a*, получим

$$\underbrace{a\frac{\rho_{oil}g'}{\beta}Q^2}_{b}t^2 = R^5 \dot{R}^p.$$
(2.11)

Если представить, что

$$\dot{R} \approx \frac{R}{t},$$
 (2.12)

тогда

$$R(t) \approx a^{\frac{1}{p+5}} \left[ \frac{\rho_{oil} g'}{\beta} Q^2 \right]^{\frac{1}{p+5}} t^{\frac{p+2}{p+5}}.$$
 (2.13)

Однако (2.12) не является строгим определением. Будем искать решение нелинейного дифференциального уравнения (2.11) в виде степенной зависимости R(t)

$$R = kt^{\gamma} \,. \tag{2.14}$$

В этом случае (2.11) переходит в

$$bt^{2} = k^{5} t^{5\gamma} k^{p} \gamma^{p} t^{p(\gamma-1)} .$$
(2.15)

Приравнивая степени обеих частей соотношения (2.15), получим

$$\gamma = \frac{p+2}{p+5},\tag{2.16}$$

а коэффициент k определится как

$$b = \left( \underbrace{-+}{+} \right)^{-} k$$
. (2.17)

И «точное» решение уравнения (2.11) определится как

$$R(t) = \underbrace{\left(\frac{p+5}{p+2}\right)^{\frac{p}{p+5}}}_{\alpha_1} \underbrace{\left[\frac{1}{\pi^2} \frac{(p+2)^2}{p+1}\right]^{\frac{1}{p+5}}}_{\alpha_2} \underbrace{\left[\frac{\rho_{oil}g'}{\beta}Q^2\right]^{\frac{1}{p+5}}}_{\beta} t^{\frac{p+2}{p+5}}.$$
 (2.18)

Численные оценки коэффициентов а, а, а приведены в таблице 1.

Таким образом, можно утверждать, что «простая» оценка (2.4) отличается от «точного» решения (2.18) не более чем на 10 %. Однако нужно помнить, что соотношения типа (2.1) описывают процесс растекания лишь в определенные промежутки времени, да и то, надо признать, приближенно. По этой причине искать точные решения уравнений, имеющих ограниченную применимость к исследуемому процессу, не всегда целесообразно. Во многих случаях можно ограничиться «инженерными» оценками типа (2.4). Отметим также, что интегральная запись для массы *Таблица 1* 

Численные оценки коэффициентов								
р	Коэффициенты							
	$\alpha_1$	$\alpha_2$	α					
1	1,12	0,87	0,98					
1,5	1,15	0,89	1,03					
2	1,17	0,91	1,07					

нефти, поступающей на поверхность воды в виде (2.9), несколько сужает общность рассмотрения задачи, так как, вообще говоря, источник поступления нефти на поверхность, как правило, локализован и не должен ассоциироваться со всем пятном нефти, что неявно предполагается в (2.9).

Если закон трения между нефтью и водой выбрать аналогично работам [1–3], тогда напряжение трения запишется как

$$\tau_{ow} \propto \mu_w \frac{\partial u}{\partial z} \approx \mu_w \frac{R}{t \sqrt{v_w t}} \propto \frac{R}{t^{3/2}} .$$
 (2.19)

Тогда оценка баланса сил (2.1) в случае осесимметричного растекания с постоянной интенсивностью истечения будет выглядеть как

$$\rho_{oil}g'\frac{Q^2t_{is}^2}{2R^5} \approx \rho_w \sqrt{v_w} \frac{R}{t^{3/2}}, \qquad (2.20)$$

а зависимость радиуса пятна R(t) от времени и его площади A(t) как

$$R \approx \left[\frac{\rho_{oil}g'Q^2}{2\rho_w\sqrt{\nu_w}}\right]^{1/6} t^{7/12}, (2.21)$$

$$A(t) = \pi R^2 \approx \pi \left[ \frac{\rho_{oil} g' Q^2}{2\rho_w \sqrt{v_w}} \right]^{1/3} t^{7/6}.$$
 (2.22)

### РАСТЕКАНИЕ НА НЕПОДВИЖНЫЙ СНЕЖНО-ЛЕДЯНОЙ ПОКРОВ

Рассмотрим радиально-симметричное растекание фиксированного объема нефти  $V_0$  по горизонтальной поверхности пористого снежно-ледяного массива для малых чисел Рейнольдса, в квазистационарном режиме, «когда растекание обусловлено балансом сил вязкого трения и гравитации». На твердой подложке граничное условие на границе раздела фаз состоит в равенстве нулю горизонтальной скорости (условие прилипания). При сделанных предположениях проинтегрированное по вертикальной координате уравнение баланса импульса запишется в виде

$$g\frac{\partial H}{\partial R} \approx -v\frac{u}{H^2},$$
 (3.1)

где левая часть представляет силу, вызванную градиентом давления, а правая — вязким трением, *H* — средняя толщина слоя нефти на поверхности более плотного субстрата, *R* — радиус осесимметричного пятна нефти, *v* — кинематическая вязкость растекающейся субстанции.

Будем считать, что объем нефти на поверхности снежно-ледяного покрова примерно равен  $V(t) \approx \pi H(t)R(t)^2$ . Принимая  $u \sim R/t$  и заменив производную по радиусу оценкой H/R, получим

$$R(t) \propto \left(\frac{V(t)^3}{\pi^3} \frac{g}{\nu}\right)^{1/8} t^{1/8} .$$
 (3.2)

Положим, что изменение объема нефти на поверхности снега или льда за счет фильтрации

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -\pi R^2 u_f \,, \tag{3.3}$$

где *u<sub>e</sub>* — скорость фильтрации, определяемая из закона Дарси

$$f \approx \rho_{oil} g k_P / \mu_{oil} , \qquad (3.4)$$

где  $k_n$  — коэффициент проницаемости грунта.

Объединяя (3.3) и (3.4), получим

$$\frac{dV}{dt} = -\left[\pi u_f \left(\frac{g}{v} \frac{1}{(\pi)^3}\right)^{1/4}\right] V(t)^{3/4} t^{1/4} = -a_2 V(t)^{3/4} t^{1/4}, \qquad (3.5)$$

где *a*<sub>2</sub> — числовой коэффициент, равный

$$a_2 = \pi^{1/4} \left[ u_f (g / v)^{1/4} \right].$$

Решение (3.5):

$$V(t)^{1/4} = V(0)^{1/4} - \frac{1}{5}a_2t^{5/4}.$$
 (3.6)

Растекание прекратится, когда объем нефти на поверхности снежно-ледяного покрова станет равным нулю V(t) = 0.

Из (3.6) для времени прекращения растекания t<sub>л</sub> получим

$$t_m = K_t (\nu / g)^{1/5} u_f^{-4/5} V(0)^{1/5} = K_t k_P^{-4/5} (\nu / g) V(0)^{1/5}, \qquad (3.7)$$

где V(0) = V<sub>0</sub> — начальный объем разлива, K<sub>r</sub> — числовой коэффициент.

Если соотношение (3.6) подставить в (3.2) и определить максимум функции R(t), получим максимальный радиус разлива

$$R_m = K_R \left(\frac{g}{\nu u_f}\right)^{1/10} \cdot V(0)^{2/5}, \qquad (3.8)$$

где  $K_R$  — числовой коэффициент. Оценка коэффициентов для жидкости с кинематической вязкостью  $v = 1 \, [\text{см}^2/\text{с}]$  и грунта с коэффициентом проницаемости 4,3·10<sup>-11</sup> [м<sup>2</sup>] по результатам численного решения задачи [9] представлена в таблице 2.

Полученные оценки времени прекращения растекания и максимального радиуса растекания для залпового сброса нефти на горизонтальную поверхность пористого грунта, в том числе на поверхность снежного или ледяного покрова, показали примерное соответствие результатам численного моделирования растекания и могут *Таблица 2* 

Сравнение данных численного моделирования и теоретических оценок для максимального радиуса растекания и времени прекращения растекания

Объем нефти, м <sup>3</sup>	Численное моделирование		Теоретическая оценка		Коэффициент	Коэффициент
	радиус, м	время, ч	радиус, м	время, ч	$\mathbf{K}_{R}$	K <sub>t</sub>
1000,0	225,0	2,0	172,4	2,2	1,3	0,9
10000,0	570,0	2,7	433,2	3,4	1,3	0,8
100000,0	1350,0	5,5	1088,1	5,5	1,2	1,0

быть использованы для предварительной оценки указанных параметров в аварийных ситуациях. Подчеркнем, что довольно простые оценки были получены в предположении отсутствия теплообмена между растекающейся субстанцией и подстилающим субстратом и без учета уменьшения объема нефти за счет испарения.

## РАСТЕКАНИЕ НА ДВИЖУЩИЙСЯ СНЕЖНО-ЛЕДЯНОЙ ПОКРОВ

Используем вышеприведенные результаты для оценивания параметров разлива нефти, вытекающей на движущийся лед. Подобную ситуацию можно представить при фонтанировании аварийной скважины с палубы платформы, мимо которой проходит дрейфующее ледяное поле. Аналогично проливу нефти на поверхность моря при течении определим объем нефти, вытекающий из источника за время  $t_1$ , как  $V_1(t) = H(t)YL_1$ , где  $L_1 = Ut_1$ . Рассматривая течение нефти в областях, расположенных на некотором расстоянии от «головы» и «хвоста» разлива, можно считать, что растекание происходит только в направлении, перпендикулярном движению ледяного поля (поперечном направлении). Тогда, учитывая, что растекание по твердой пористой подложке описывается аналогично (3.1), запишем

$$g\frac{\partial H}{\partial y} \approx -v\frac{u}{H^2} \tag{4.1}$$

и, принимая во внимание одномерный характер растекания, получим соотношение для характерного размера разлива в поперечном направлении

$$g\frac{H}{Y} \approx g\frac{V_1}{Y^2 L_1} \approx v \frac{Y(YL_1)^2}{V_1^2 t}, \qquad (4.2)$$

$$Y^{5} = \frac{g V_{1}^{3}}{v L_{1}^{3}} t .$$
 (4.3)

Или

$$Y(t) \approx \left(\frac{Q}{U}\right)^{3/5} \left(\frac{g}{v}\right)^{1/5} t^{1/5} .$$
(4.4)

Изменение объема нефти за счет фильтрации

$$\frac{\partial V_1}{\partial t} = -YL_1 u_f \,. \tag{4.5}$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial t} = -\left[\left(\frac{V_1^3}{L_1^3}\right)\frac{g}{v}\right]^{1/5} t^{1/5} L_1 u_f$$
(4.6)

И

$$\frac{\partial V_1}{L \,\partial t} = -\left[\left(\frac{V_1}{L}\right) - \frac{1}{\nu}\right]^{1/5} t^{1/5} u \quad . \tag{4.7}$$

Обозначим новую переменную  $V = V_1/L_1$ , физический смысл которой определится как объем нефти на единицу длины распространения разлива в продольном (по течению) направлении. Тогда

$$\frac{\partial V'}{\partial t} = -a_1 V'(t)^{3/5} t^{1/5}, \qquad (4.8)$$

где

$$a_1 = (g / v)^{1/5} u_f$$

Решение (4.8) при начальном условии V(0) = Q/U

$$V'^{2/5} = V'(0)^{2/5} - (a/6)t^{6/5}.$$
(4.9)

Время прекращения растекания в поперечном направлении

$$t_m = \left[ (6/a) \cdot (Q/U)^{2/5} \right]^{5/6} = (6/a)^{5/6} (Q/U)^{1/3},$$
(4.10)

а предельный размер в поперечном направлении определится как

$$Y_m \approx 6^{1/6} (g / \nu u_f)^{1/6} (Q / U)^{2/3}.$$
(4.11)

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Соотношения (1.7) для площади пятна нефти при продолжительном сбросе на морскую поверхность в условиях квазипостояного течения и (2.5) для растекания при отсутствии течения, (3.7), (3.8), (4.11) для времени прекращения растекания на пористой поверхности и максимального размера загрязненного подстилающего субстрата получены во многом аналогично «классическим» формулам Фэя [1-3] с привлечением результатов [6]. Авторы посчитали возможным назвать подобный подход инженерным оцениванием, имея в виду, что упрощение уравнений движения, сведение системы уравнений гидродинамики к балансу только лишь двух «основных» сил приводит в результате не к решению задачи, но к оценке параметров разлива с точностью, в ряде случаев достаточной для решения практических задач. Как и в случае с формулами Фэя, в наших оценках не рассматривались процессы выветривания нефти. Таким образом, полученные результаты можно отнести к консервативным оценкам, сделанным «с запасом». На практике за счет процессов испарения объем нефтяного пятна на поверхности моря или снежно-ледяного покрова будет уменьшаться и, соответственно, будут уменьшаться характерные размеры области загрязнения, оценивание которых было проведено в данной работе.

При анализе разливов нефти в море большой продолжительности, когда скорость течения нельзя считать постоянной в течение всего времени сброса нефти, например, в приливных морях, приведенные инженерные оценки полезны как возможность рассматривать продолжительный разлив нефти как суперпозицию его отдельных частей, формирующихся последовательно в районе аварии с учетом скорости течения на момент попадания нефти или нефтепродукта на поверхность.

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 18-07-00373 и No 18-07-01001.

Acknowledgments. This work has been partly supported by RFBR grants  $N_{2}$  18-07-00373 and  $N_{2}$  18-07-01001.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Fay J.A.* The spread of oil slicks on a calm sea // Oil on the Sea / Hoult D.P. (ed.). NY.: Plenum Press, 1969. P. 53–63.

#### REFERENCES

1. *Fay J.A.* The spread of oil slicks on a calm sea. Oil on the Sea. Edited by Hoult D.P. NY.: Plenum Press, 1969: 53–63.

2. *Fay J.A.* Physical processes in the spread of oil on a water surface // Proc. of Int. Conf. on Prevention and Control of Oil Spills, Washington. D.C. U.S.A. 1971. V. 1971. № 1. P. 463–467.

3. *Hoult D.P.* Oil spreading on the sea // Ann. Rev. Fluid Mech. 1972. V. 4. P. 341–368.

4. Reed M., Johansen O., Brandvik P.J., Daling P., Lewis A., Fiocco R., Mackay D., Prentki R. Oil spill modeling towards the close of the 20th century: overview of the state-of-the-art // Spill Science Technology Bull. 1999. № 5. P. 3–16.

5. *Fingas M.F., Hollebone B.P.* Review of behaviour of oil in freezing environments // Marine Pollution Bull. 2003. V. 47. P. 333–340.

6. *Nihoul J.C.J.* A non-linear mathematical model for the transport and spreading of oil slicks // Ecological Modelling. 1984. V. 22. № 1–4. P. 325–339.

7. Зацепа С.Н., Ивченко А.А., Овсиенко С.Н. О параметризации растекания нефти по горизонтальной пористой поверхности // Тр. ГОИН. 2009. Вып. 212. С. 218–226.

8. Зацепа С.Н., Дианский Н.А., Журавель В.И., Ивченко А.А., Коротенко К.А., Солбаков В.В., Становой В.В., Фомин В.В. Моделирование разливов нефти в море для планирования мероприятий по обеспечению экологической безопасности при реализации нефтегазовых проектов. Часть 2. Особенности реализации прикладных задач // Проблемы Арктики и Антарктики. 2016. № 1 (107). С. 5–18. 2. *Fay J.A.* Physical processes in the spread of oil on a water surface. Proc. of Int. Conf. on Prevention and Control of Oil Spills, Washington. D.C. U.S.A. 1971, 1971, 1: 463–467.

3. *Hoult D.P.* Oil spreading on the sea. Ann. Rev. Fluid Mech. 1972, 4: 341–368.

4. *Reed M., Johansen O., Brandvik P.J., Daling P., Lewis A., Fiocco R., Mackay D., Prentki R.* Oil spill modeling towards the close of the 20th century: overview of the state-of-the-art. Spill Science Technology Bull. 1999, 5: 3–16.

5. *Fingas M.F., Hollebone B.P.* Review of behaviour of oil in freezing environments. Marine Pollution Bull. 2003, 47: 333–340.

6. *Nihoul J.C.J.* A non-linear mathematical model for the transport and spreading of oil slicks. Ecological Modelling. 1984, 22, 1–4: 325–339.

7. Zatsepa S.N., Ivchenko A.A., Ovsienko S.N. Parametrization of oil spreading on horizontal porous surface. *Trudy Gosudarstvennogo Okeanographicheskogo instituta*. Proc. of SOI. 2009, 212: 218–226. [In Russian].

8. Zacepa S.N., Dianskij N.A., Zhuravel' V.I., Ivchenko A.A., Korotenko K.A., Solbakov V.V., Stanovoj V.V., Fomin V.V. Simulation of oil spills in the sea for planning measures to ensure environmental safety in oil and gas projects. Part II. Features of realization for applied problems. *Problemy Arktiki i Antarktiki*. Problems of Arctic and Antarctic. 2016, 1 (107): 5–18. [In Russian].